

SISTEME DINAMICE

De la determinismul cosmologic la efectul fluturelui

MIQUEL NOGUERA BATLLE

Traducere de Luiza Stroe

CUPRINS

Capitolul 0

Henry Poincaré (secolele XIX-XX).

Ultimul polimat, descoperitorul haosului 7

Originile științei moderne 9

Il saggiaiore și metoda științifică 10

Un scurt dicționar al teoriei haosului 16

Nașterea teoriei haosului 19

Teoria renașterii haosului 22

Capitolul 1

Concepte de sisteme dinamice 27

Sistemul dinamic continuu 30

Sistemul hamiltonian 31

Exemplu: pendulul lui Galileo 33

Sincronizarea pendulelor cuplate 35

Cum se folosește un greier ca termometru 38

Metode numerice pentru ecuații diferențiale 41

*Câteva metode pentru ecuații diferențiale ordinare
de ordinul întâi* 44

Sistemul dinamic discret 46

Capitolul 2

Unele sisteme dinamice continue 53

Iepuri și vulpi, modelul Lotka-Volterra 53

Pendul vibrant 56

Un model al inimii 62

Câinele lui Pavlov și învățarea asociativă 63

Capitolul 3

Haos discret

69

Arborele Feigenbaum și traseul către haos prin bifurcarea
perioadei în harta logistică

70

Automat celular: farmecul discret al naturii

72

Haos și sensibilitate la condițiile inițiale

81

Jocul haosului: atractori ciudați

83

Sensibilitatea la condițiile inițiale nu implică haos

84

Capitolul 4

Haos continuu

89

Transformarea brutarului

90

Modelul Rössler

92

Exponentul Lyapunov al hărții triunghiulare și conjugarea topologică

98

Fluturile lui Lorenz

105

Simulări

114

Epilog

117

Anexe

1. Noțiunile Scilab

119

2. Renormalizare Feigenbaum

129

Bibliografie recomandată

135

1. Despre istoria științei

135

2. Pentru ecuații diferențiale, metode numerice
și sisteme dinamice

139

Capitolul 0

Henry Poincaré (secolele XIX-XX). Ultimul polimat, descoperitorul haosului

La 23 septembrie 1846, a existat o piatră de hotar unică în istoria științei care ar putea fi considerată punctul de plecare al teoriei haosului, deoarece la această dată a avut loc descoperirea oficială a planetei Neptun.

Planeta Neptun, un gigant gazos de hidrogen și heliu, a fost prima găsită prin predicții matematice și nu prin observații regulate ale cerului. Această constatare unică s-a datorat matematicianului francez **Urbain Jean Joseph Le Verrier** (1811–1877) care, pe baza schimbărilor subtile de pe orbita lui Uranus care au început să fie observabile datorită progresului tehnologiei disponibile, a propus ca explicație existența unei planete noi și necunoscute a cărei poziție și masă au ajuns să fie calculate din legea gravitației universale care fusese descoperită cu aproximativ 160 de ani în urmă și apoi formulată de



Figura 1. Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811–1877). Astronom și matematician francez specializat în mecanica cerească, cunoscut pentru descoperirea existenței și poziției planetei Neptun folosind doar calcule matematice.



Figura 2. Johann Gottfried Galle (1812–1910), astronom german care la 23 septembrie 1846, cu ajutorul elevului său Heinrich Louis d'Arrest, a fost prima persoană care a văzut planeta Neptun și, mai ales, a înțelege ce vedea.

către savantul **Isaac Newton** (1742–1727) în cartea sa *Philosophiae naturalis principia mathematica*, publicată în 1687. Lucrarea stabilește pentru prima dată o relație dedusă empiric din observarea forței cu care se atrag două obiecte cu masă.

Le Verrier a prezentat o primă lucrare Academiei Franceze la 10 noiembrie 1845, o alta la 1 iunie 1846 și, în final, o a treia lucrare la 31 august, unde a prezis pentru prima dată masa și orbita noului obiect astronomic. Cu toate acestea, Le Verrier s-a ciocnit cu indiferența astronomilor francezi, care l-au ignorat. Din acest motiv, el a trimis previziunile sale matematice astronomului german **Johann Gottfried Galle** (1812–1910), care lucra la Observatorul din Berlin, cerându-i să le verifice. Galle a găsit Neptun în aceeași noapte în care a primit scrisoarea lui

Le Verrier, la un grad față de poziția indicată. Descoperirea planetei Neptun este considerată pe scară largă ca o validare dramatică a mecanicii cerești și este unul dintre cele mai remarcabile momente din știința secolului al XIX-lea.

Paralel cu Le Verrier, britanicul **John Couch Adams**, pe când era încă student, a citit despre anumite nereguli pentru care nu exista nicio explicație în mișcarea planetei Uranus și, bazându-se exclusiv pe legea gravitației universale a lui Isaac Newton, a decis să investigheze dacă s-ar putea datora efectului gravitațional al unei planete încă nedescoperite. În septembrie 1845, el a obținut un prim rezultat care prevedea existența unei noi planete și a raportat descoperirea sa profesorului **James Challis** și lui **Sir George Airy**, astronom regal la Observatorul Greenwich. La început, Airy nu a făcut nimic pentru a

Încerca să verifice descoperirea lui Adams, iar căutarea sistematică a noii planete a început abia la sfârșitul lunii iulie 1846. Cercetarea a fost realizată de Challis din Cambridge. El a observat noua planetă pe 8 și 12 august, dar a identificat-o ca fiind o stea. Când descoperirea lui Le Verrier-Galle a devenit publică, au existat, într-o oarecare măsură, și continuă să existe, controverse între Franța și Anglia cu privire la meritul fiecăruia. Deși, în general, se consideră că atât Adams, cât și Le Verrier au făcut descoperirea în mod independent și amândurora li se acordă glorie egală pentru descoperirea planetei Neptun.

Lucrarea lui Le Verrier, Adams, Galle și Challis exemplifică ceea ce știm astăzi ca metodă științifică.



Figura 3. John Couch Adams (1819–1892), matematician și astronom englez. Este cunoscut mai ales, alături de Le Verrier, pentru că a prezis existența și poziția planetei Neptun, folosind doar calcule matematice.

Originile științei moderne

De la originile civilizației, ființa umană și-a propus un model explicativ pentru cele mai apropiate fenomene naturale și astfel să le poată prezice, acesta este și cazul mișcării stelelor sau mecanicii cerești. Astfel, de exemplu, Aristotel (384 î.Hr.–322 î.Hr.), după ce a observat căderea liberă a corpurilor, a ajuns la concluzia că viteza lor de cădere era direct proporțională cu greutatea lor, adică atunci când corpurile de greutate diferite sunt aruncate de la aceeași înălțime, timpii lor de cădere nu ar fi la fel, deoarece cele mai grele ar ajunge la pământ înaintea celor mai ușoare. O astfel de concluzie este perfect în concordanță cu intuiția și experiența noastră de zi cu zi, corpurile mai grele

Continuă la pag. 12

IL SAGGIATORE ȘI METODA ȘTIINȚIFICĂ

// *Saggiatore* a fost o carte publicată la Roma de **Galileo Galilei** (1564–1642) în octombrie 1623 și este, în general, considerată una dintre lucrările de pionierat din istoria științei. În această lucrare, el a abordat mai întâi ideea că, interpretarea cărții naturii (concept religios și filozofic care își are originea în Evul Mediu latin și care consideră natura ca pe o carte care trebuie citită pentru cunoașterea și înțelegerea ei) trebuie făcută cu instrumente matematice și nu cu cele ale filozofiei scolastice, așa cum se susținea în general la acea vreme. În plus, Galileo a descris metoda științifică, ceva care era o revoluție la acea vreme.

GRASSI ȘI COMETELE

Contextul eseului era să răspundă tratatului scris de Orazio Grassi *Libra astronomica ac philosophica* din 1619. Acest matematician iezuit de la Colegiul Roman folosea pseudonimul Lotario Sarsi Sigensano. Dezbaterile dintre Galileo și Grassi a început în 1618, când acesta din urmă a publicat *Disputatio astronomica de tribus cometis anni MDCXVIII*, în care afirma despre comete că sunt corpuri cerești. Grassi a adoptat sistemul lui **Tycho Brahe** (1546–1601), în care celelalte planete ale sistemului solar orbitează în jurul Soarelui, care, la rândul său, orbitează în jurul Pământului. În *Disputatio*, Grassi se referea la multe dintre observațiile lui Galileo, precum cea privind suprafața Lunii fiind imperfectă sau fazele lui Venus, care contrazice perfecțiunea subiacentă în cosmos susținută de Biserică, dar fără a o menționa. Grassi a argumentat din lipsa aparentă a paralaxei observabile în cometele care se deplasează dincolo de Lună. Galileo a crezut în mod eronat că ce îi apărea drept comete era de fapt o iluzie optică.

MATEMATICĂ ȘI FILOZOFIE ÎN *IL SAGGIATORE*

Galileo a criticat în principal metoda de cercetare a lui Grassi, puternic părtinitoare față de credințele sale religioase și bazată pe *ipse dixit*. *Ipse dixit* („el însuși a spus-o”) este o expresie latină care apare inițial la Cicero (*De natura deorum*, I, 5), pe care o atribuie pitagoricienilor ce acceptau „chiar și fără motiv” orice idee care provenea de la Pitagora și are același sens ca o altă expresie asemănătoare, dar mai folosită: *magister dixit* („profesorul a spus-o”). Această metodologie de acceptare a unui argument fără motiv, ca act de credință, în locul unui raționament coroborat de observații, era foarte obișnuită în cadrul Bisericii. Mai mult, Galileo a insistat că filosofia naturală (adică fizica) ar trebui să fie matematică. Conform paginii de titlu, el era filozoful (adică fizicianul) Marelui Duce din Toscana, nu doar matematicianul. Filosofia naturală variază de la proce-sele de generare și creștere (reprezentate de o plantă) până la structura fizică a universului, reprezentată de secțiunea transversală cosmică. Matematica, pe de altă parte, este simbolizată de telescoape și un astrolab. Aceasta este cartea care conține celebra afirmație a lui Galileo că matematica este limbajul științei. Numai prin matematică se poate obține un adevăr durabil în fizică. Cei care o neglijează rătăcesc la nesfârșit într-un labirint întunecat.

Filosofia [adică, filosofia naturală] este scrisă în această mare carte, mă refer la Univers, care rămâne deschis privirii noastre, dar nu poate fi înțeles decât dacă cineva învață mai întâi să înțeleagă limba și să interpreteze personajele din ea. Este scris în limbajul matematicii, iar caracterele sale sunt triunghiuri, cercuri și alte figuri geometrice, fără de care este uman imposibil să înțelegem un singur cuvânt din el; fără acestea, se rătăcește într-un labirint întunecat.

Galileo Galilei (1564–1642), *Il Saggiatore*, 1623

se mișcă mai încet sau, cel puțin, sunt mai greu de mișcat; adică este necesară o forță mai mare pentru a schimba starea de mișcare a unui corp, cu cât corpul respectiv este mai masiv. Deși Aristotel nu știa acest lucru, acest model explicativ era strâns legat de mișcarea stelelor și aveau să treacă aproape două milenii înainte ca Galileo Galilei să supună modelul aristotelic verificării experimentale, ajungând în cele din urmă la concluzia că viteza corpurilor în cădere este independentă de greutatea lor.

Procesul de observare a naturii, stabilirea unui model explicativ a ceea ce se observă și contrastarea experimentală a acestuia pentru a-l infirma sau confirma în vederea modificării sau îmbunătățirii modelului inițial, iar apoi reînceperea unui proces iterativ care ne-ar aduce mai aproape de o descriere mai completă a naturii și a realității (o viziune completă despre care astăzi știm că este de neatins), este ceea ce constituie în prezent, schematic, metoda științifică. Galileo a mai stabilit că pentru a descrie natura este necesar să se folosească limbajul matematic (vezi cadranul *Il Saggiatore*, p. 10–11).

Newton și cauzalitatea

Toate civilizațiile au observat și au înregistrat mișcarea stelelor. Unul dintre primele modele explicative a apărut în Grecia antică odată cu teoria geocentrică a lui **Claudius Ptolemeu** (secolul I și/sau al II-lea). Ptolemeu a propus că luminarii (stelele) se învârt în jurul Pământului (pe lângă Soare și Lună), printre care se numără și cei cunoscuți ca cei cinci rătăcitori (Mercur, Venus, Marte, Jupiter și Saturn). El le numea „planete”. Cuvântul „planetă” provine din latinescul *planeta*, care la rândul ei derivă din grecescul (*planetes*) care, în această limbă, are două semnificații: „voiajor” și „rătăcitor”. Acești luminari rătăceau și călătoreau pentru că le lipsea o traiectorie (circulară sau ciclică...) și se mișcau rapid în comparație cu restul luminarilor care nu sunt planete (care nu rătăceau sau călătoreau pe cer). Exprimat în alt mod: acești cinci luminari au fost considerați

și numiți „rătăcitori” sau „voiajori” (planete) pentru că, aparent, nu trasau niciun cerc sau ciclu sau, pur și simplu, un fel de traiectorie care să fie previzibilă observându-i de pe Pământ și pentru că se deplasau (mult mai repede) pe cer. Acest lucru i-a diferențiat de restul luminilor observabile care nu trasau traiectorii rătăcitoare și erau ficși (pe cer) sau, dacă (unii) se mișcau, o făceau mult mai încet și cu traiectorii ciclice previzibile și în grupuri (constelații), evident, luând întotdeauna Pământul ca punct de referință pentru observarea firmamentului.

Nicolaus Copernic (1473–1543), fondatorul astronomiei moderne, după observațiile sale astronomice, a formulat modelul heliocentric în lucrarea sa *De revolutionibus orbium coelestium* din 1543, unde a recunoscut contribuția lucrărilor lui **Al-Battani** (858–929) din Turcia și **Azarquiel** (1029–1087) din Al-Andalus. Ulterior, **Johannes Kepler** (1571–1630) a evoluat de la modelul heliocentric bazat pe sferă și poliedre regulate și a publicat cele trei legi ale mișcării planetare în cele două cărți ale sale *Astronomia Nova* (Noua Astronomie) din 1609 și *Harmonice Mundi* (Armonia lumii) din 1618:

- Corpurile cerești au mișcări eliptice în jurul Soarelui, iar Soarele este situat la unul dintre cele două focare.
- Ariile măturate de razele corpurilor cerești sunt direct proporționale cu timpul folosit de corpuri pentru a parcurge perimetrul acelor zone.
- Pătratul perioadelor orbitei corpurilor cerești este direct proporțional cu cubul distanței de la Soare.

Pentru a enunța aceste legi, Kepler a folosit observațiile astronomice extinse și precise ale lui Tycho Brahe, dar marele lor merit constă în faptul că au făcut posibilă unificarea, prezicerea și înțelegerea tuturor mișcărilor stelelor și descrierea lor în limbaj matematic așa cum a propus Galileo.

Edmund Halley (1656–1742), astronomul regal, l-a vizitat pe prietenul său Isaac Newton în august 1684 și i-a pus următoarea întrebare: „Este posibil ca legea atracției gravitaționale să fie cauza orbitelor eliptice ale planetelor din jurul Soarelui?”. Datorită sprijinului lui Halley și al Societății Regale, Newton și-a publicat *Principia mathematica* în 1687, unde sunt definite cele trei legi fundamentale ale mișcării, precum și cea a gravitației universale. În acest fel, Newton și contemporanii săi au inaugurat epoca determinismului științific, adică ideea că în spatele oricărui fenomen natural există ecuații matematice care îl modelează și ne permit să facem predicții și, mai ales, să stabilim o relație cauzală care nu exista înainte.

Principiul cauzalității, poate cel mai elementar dintre toate principiile fizicii, derivă direct din filozofia lui René Descartes în cartea sa *A treia meditație* din 1641. Principiul cauzalității nu este demonstrabil, adică nu este confirmat de experiență, deoarece este o axiomă care precede experiențele. De exemplu, acest principiu este acceptat *a priori* în fizică. Într-o formă simplă, spune: „Fiecare efect are o cauză”. În 1687, Isaac Newton a consolidat principiul cauzalității afirmând că cele două concepte, cel al condițiilor inițiale și cel al legii mișcării, ar trebui considerate separat. Pentru a calcula traseele planetelor, Newton a simplificat modelul și a presupus că fiecare era individual legată de Soare, iar calculul său a fost în concordanță cu legile lui Kepler. Newton, după ce a dezvoltat calculul diferențial și a scris legea gravitațională, poate fi considerat cercetătorul care a lansat dezvoltarea științei clasice, adică a fizicii, până la începutul secolului XX (înainte de relativitate și mecanica cuantică). Newton și-a scris manuscrisul despre calculul diferențial în 1669, dar editorul său nu l-a publicat până în 1711. **Gottfried Wilhelm von Leibniz** a avut o altă viziune asupra acestui subiect și și-a publicat cartea în 1684. A urmat un conflict între cei doi, iar Newton l-a dat pe Leibniz în judecată,

acuzându-l că îi fura ideile. Cu toate acestea, mai târziu, ideile lui Leibniz au fost folosite.

Laplace și determinismul

Determinismul este predictibilitatea bazată pe cauzalitatea științifică. Trebuie făcută o distincție schematică între determinismul local și cel universal. Determinismul local se referă la un număr finit de elemente. O ilustrare bună ar fi balistica, în care traiectoria și locația impactului unui proiectil pot fi prezise cu o anumită precizie pe baza forței de propulsie, unghiului de tragere, masei proiectilului și rezistenței aerului. În schimb, determinismul universal, numit și *déterminisme laplacien* în franceză, consideră stabilitatea și predictibilitatea universului ca întreg: cum poate universul ca întreg să fie considerat un sistem determinist? Evident că nu se poate. Filozoful francez d'Holbach, coautor al *Enciclopediei* lui Diderot și d'Alembert, a fost primul care a inclus, în capitolul IV al cărții sale din 1770, *Sistemul naturii*, o afirmație deterministă despre posibilitatea de a calcula efectele unei anumite cauze:

Într-un vârtej de praf, ridicat de forța elementară, ochii noștri sunt confuzi, în cea mai înspăimântătoare furtună agitată de vânturi contrare, când valurile se rostogolesc pe munți, nu există nici măcar o părticică de praf, sau picătură de apă, așezată întâmplător, care nu are motiv să ocupe locul în care se află; adică, în sensul cel mai strict al cuvântului, nu acționează în modul în care ar trebui să acționeze; adică conform propriei sale esențe specifice și a ființelor de la care primește această forță comunicată. Un geometru cunoaște exact diversele energii care au acționat în fiecare caz, cu proprietățile particulelor deplasate, putând arăta că după cauze, fiecare particulă a acționat exact așa cum ar fi trebuit să acționeze și că nu ar fi putut acționa altfel.

Paul-Henri Thiry, Baron d'Holbach (1723–1789).

Système de la nature, 1770.